**统计信号处理基础 第01次作业**

许凌玮 2018011084

1. 设二元假设检验的观测信号模型为

若两种假设是等先验概率的，而代价因子为，试求贝叶斯（最佳）表达式和平均代价。

【解答】

似然函数分别为

则似然比为

而

因此贝叶斯（最佳）表达式为

记，则虚警概率和检测概率分别为

总的平均代价为

2. 什么假设下代价函数曲线是上凸的？

【解答】

平均代价函数

猜测先验概率为。假设正确判决的代价小于错误判决的代价，即且，则此时判决准则为

则平均代价为

其中。注意有可能是分段的，取决于的形式。

最小平均代价函数（对应贝叶斯准则的情形）为

任意取定一个，此时为一条直线（关于的一次函数），且当，即猜测的先验概率不等于实际的先验概率时，平均代价更大，则

上式在时取等。

又由于

因此为在处的切线。

记，则在上的积分可写为

记，则可化为

则的二阶导为

其中

（由于概率非负，即且，而且，因此恒有，因此对的积分也将不大于0，故上式成立。）

因此有

此式即满足上凸要求（上凸函数的二阶条件）。

综上所述，在正确判决的代价小于错误判决的代价的条件下（充分条件），恒为上凸函数。